

ARKUSZ II. ZAKRES PODSTAWOWY

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1–20 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.
Czas pracy 170 minut (50 pkt).

Zadanie 1. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\left(2\sqrt{32} - \frac{1}{2}\sqrt{72}\right)^2$ jest równa:

A. $5\sqrt{2}$

B. $10\sqrt{2}$

C. 25

D. 50

Zadanie 2. (1 pkt)

Liczba $8\sqrt{8\sqrt{8}}$ jest równa:

A. $2^{\frac{21}{4}}$

B. $2^{\frac{22}{4}}$

C. $8^{\frac{9}{4}}$

D. $8^{\frac{10}{4}}$

Zadanie 3. (1 pkt)

Dane są zbiory $A = (-1, 4)$, $B = \langle 1, 6 \rangle$. Suma zbiorów $A \cup B$ jest równa zbiorowi:

A. $\langle -1, 6 \rangle$

B. $(-1, 6)$

C. $\langle 1, 4 \rangle$

D. $\langle -1, 4 \rangle$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba $4\log_3 3 + \frac{1}{3}\log_3 27$ jest równa:

A. 3

B. 5

C. 3^5

D. 3^6

Zadanie 5. (1 pkt)

Najmniejszą liczbą naturalną spełniającą nierówność $(x-2)^2 < x^2 - x$ jest liczba:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Zadanie 6. (1 pkt)

Rozwiązaniem równania $x^2 - 6x + 8 = 0$ są liczby:

A. -2, -4

B. 2, -4

C. -2, 4

D. 2, 4

Zadanie 7. (1 pkt)

Kwadrat liczby x jest o 4 większy od kwadratu liczby x pomniejszonej o 2. Wówczas:

A. $x = 0$

B. $x = 1$

C. $x = 2$

D. $x = 4$

Zadanie 8. (1 pkt)

Środek odcinka AB o końcach w punktach $A = (5\sqrt{2}, -100)$, $B = (3\sqrt{2}, 20)$ ma współrzędne:

- A. $(\sqrt{2}, -40)$ B. $(\sqrt{2}, -60)$ C. $(4\sqrt{2}, -60)$ D. $(4\sqrt{2}, -40)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Z wierzchołka kąta rozwartego równoległoboku poprowadzono dwie różne wysokości, które utworzyły kąt o mierze 30° . Kąt ostry równoległoboku ma miarę:

- A. 15° B. 30° C. 60° D. 80°

Zadanie 10. (1 pkt)

Obwód kwadratu o przekątnej długości $7\sqrt{2}$ jest równy:

- A. 7 B. 14 C. 28 D. $14\sqrt{2}$

Zadanie 11. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 10 cm, a tangens jednego z kątów ostrych jest równy $\frac{1}{3}$. Wówczas pole tego trójkąta jest równe:

- A. 15 cm^2 B. 20 cm^2 C. 30 cm^2 D. 40 cm^2

Zadanie 12. (1 pkt)

Obwód trójkąta równobocznego jest równy $6 + 3\sqrt{3}$. Wysokość tego trójkąta jest równa:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3} + 3}{2}$ C. $\sqrt{3} + 3$ D. $\sqrt{3} + 2$

Zadanie 13. (1 pkt)

Suma wszystkich naturalnych liczb trzycyfrowych jest równa:

- A. 49 450 B. 494 550 C. 49 455 D. 495 000

Zadanie 14. (1 pkt)

Suma dziesięciu kolejnych początkowych wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie 20 i ilorazie $\frac{1}{2}$ jest równa:

- A. $40\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$ B. $10\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$ C. $20\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$ D. $20(2^{10} - 1)$

Zadanie 15. (1 pkt)

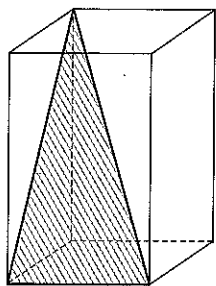
Obrazem punktu $P = (-2015, 13\sqrt{3})$ w symetrii osiowej względem osi OY jest punkt P' , o współrzędnych:

- A. $(-2015, -13\sqrt{3})$ B. $(2015, -13\sqrt{3})$ C. $(-2015, 13\sqrt{3})$ D. $(2015, 13\sqrt{3})$

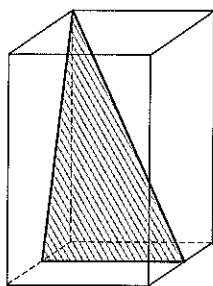
Zadanie 16. (1 pkt)

Na którym rysunku zaznaczono przekrój prostopadłościanu przechodzącego przez przekątną jednej podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy?

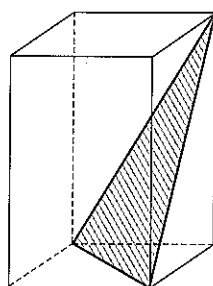
A.



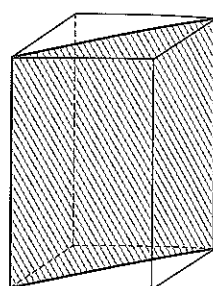
B.



C.



D.

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 12 cm i tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° . Obwód podstawy tego walca jest równy:

A. 2π B. 4π C. 5π D. 6π **Zadanie 18. (1 pkt)**

Ile ścian ma ostrosłup, który ma 20 krawędzi:

A. 10

B. 11

C. 12

D. 14

Zadanie 19. (1 pkt)

Ile jest liczb czterocyfrowych, w których wszystkie cyfry są większe od 5:

A. 250

B. 256

C. 300

D. 625

Zadanie 20. (1 pkt)

Rzucamy dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo wyrzucenia w drugim rzucie o dwa oczka mniej niż w pierwszym rzucie jest równe:

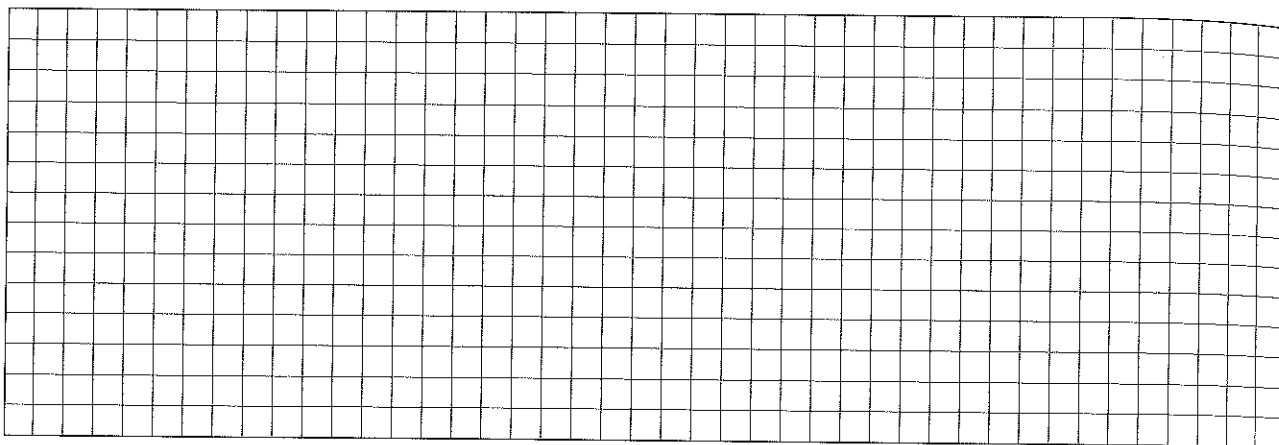
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 1–11 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

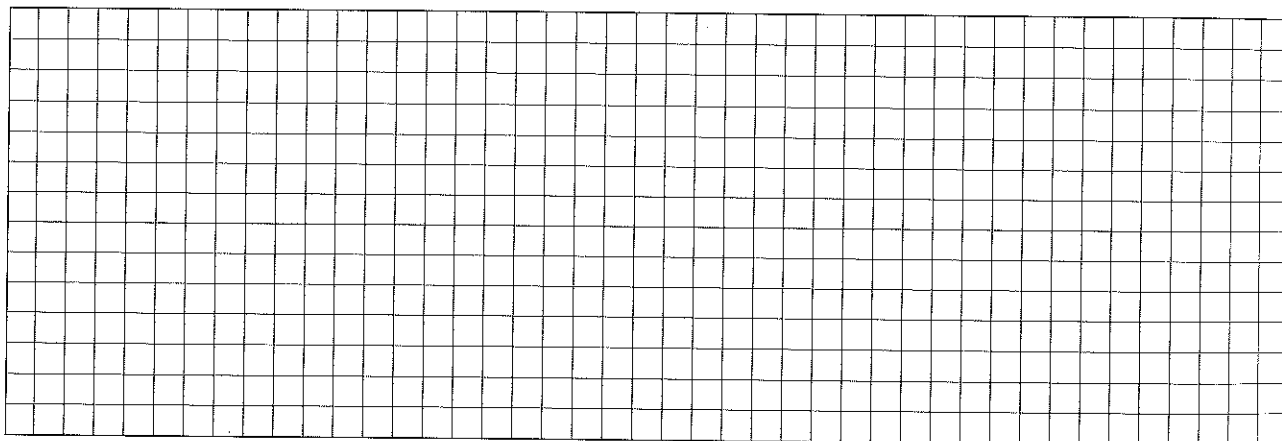
Zadanie 1. (2 pkt)

Powierzchnia boiska o wymiarach $38,2 \text{ m} \times 50,4 \text{ m}$ wynosi w przybliżeniu 2000 m^2 . Oblicz błąd względny podanego przybliżenia.



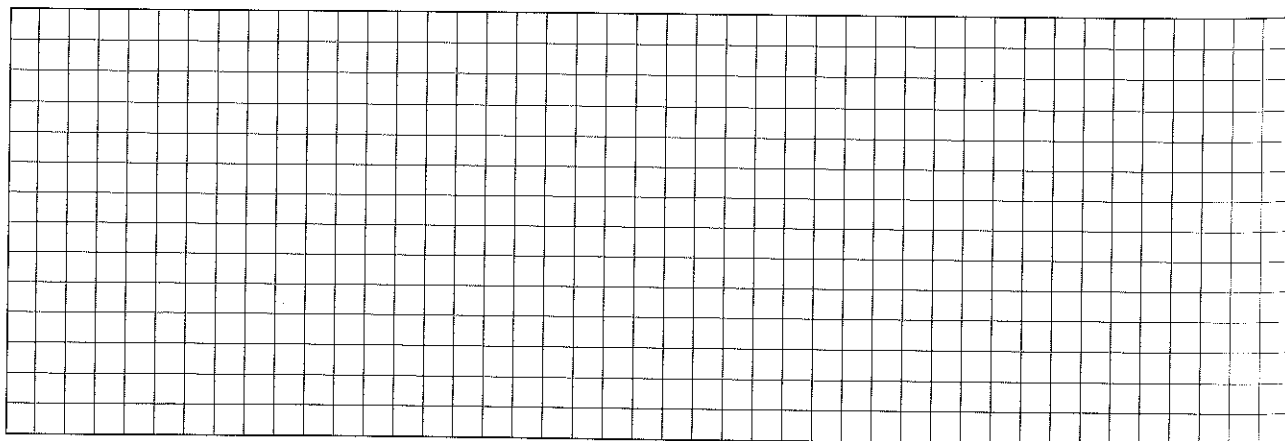
Zadanie 2. (2 pkt)

Wykaż, że jeśli $n \in N_+$, to liczba $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + 5^{n+2} + 5^n$ jest podzielna przez 13.



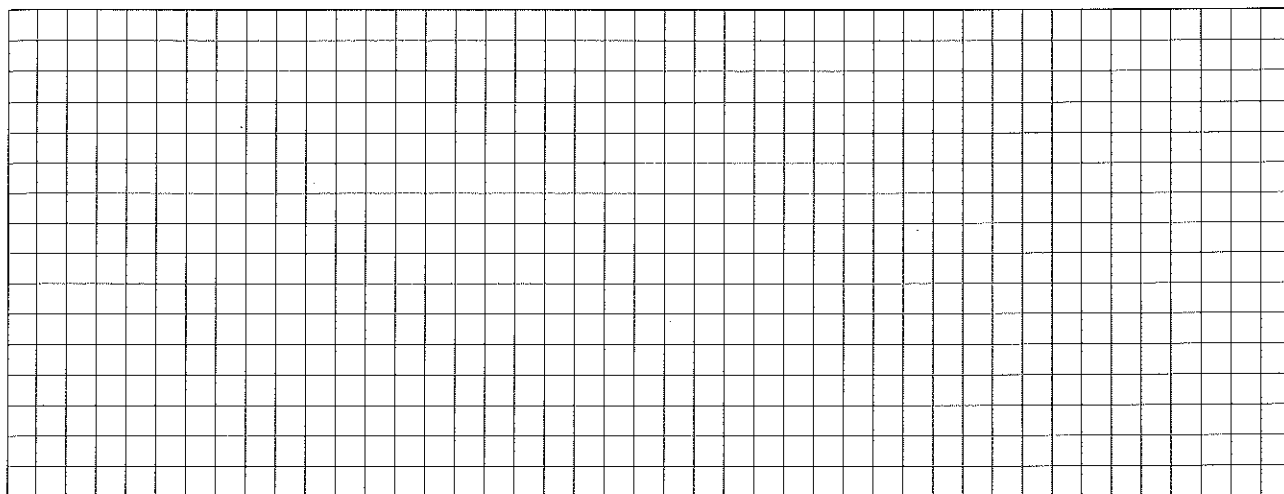
Zadanie 3. (2 pkt)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja liniowa $f(x) = -2x + 10$ przyjmuje wartości większe niż funkcja kwadratowa $g(x) = x^2 - 4x - 5$.

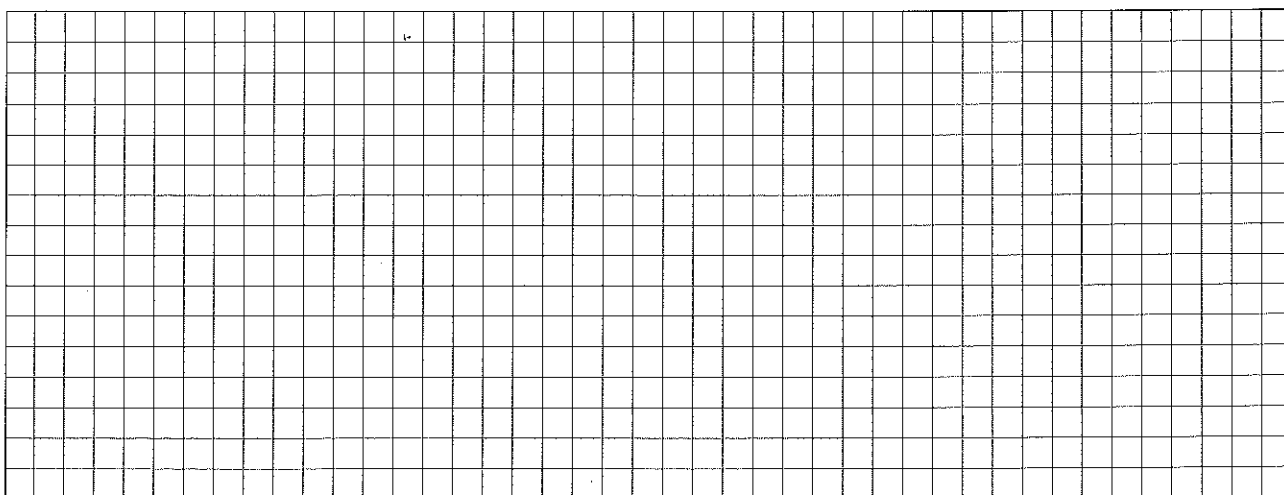


Zadanie 4. (2 pkt)

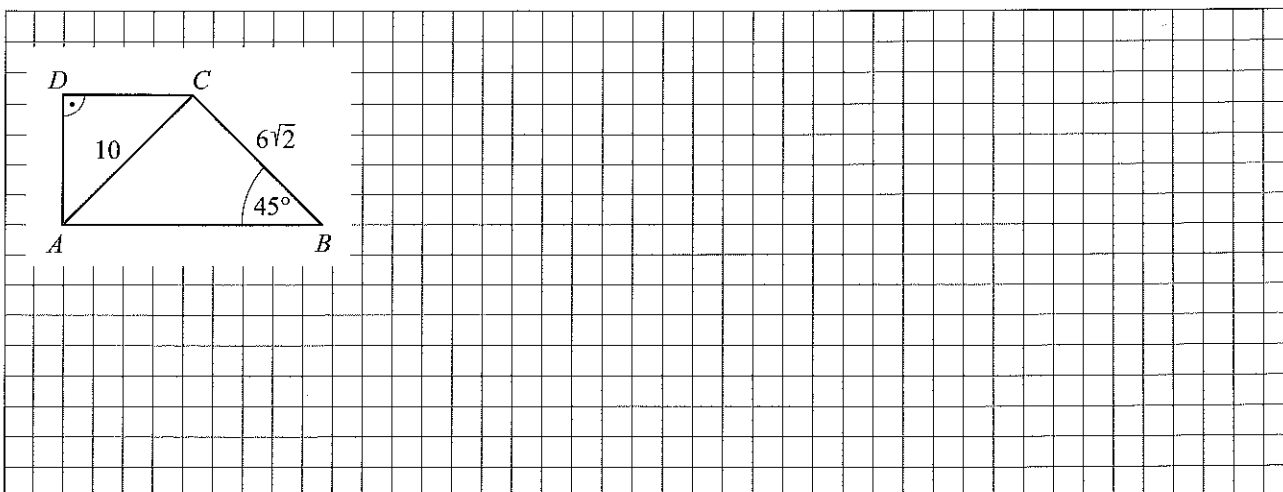
Oblicz długość boku sześciokąta foremnego, w którym różnica długości dłuższej przekątnej i krótszej przekątnej wynosi $2\sqrt{3}$. Wynik podaj w najprostszej postaci.

**Zadanie 5. (2 pkt)**

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\frac{2}{3}\cos\alpha - 4\sin\alpha}{5\cos\alpha - 3\sin\alpha}$, jeśli wiadomo, że $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

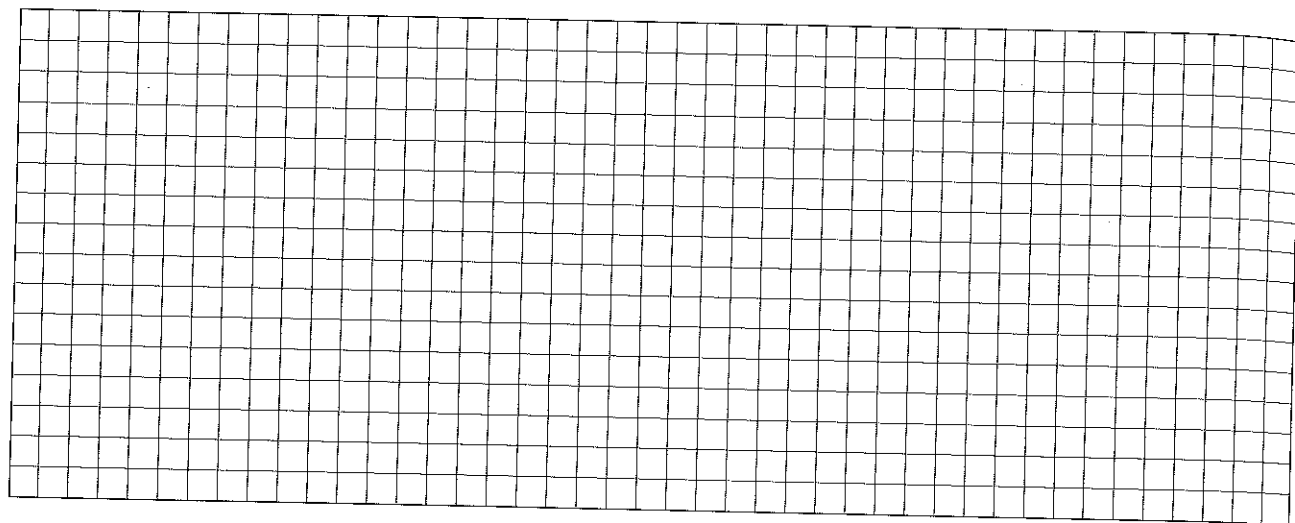
**Zadanie 6. (2 pkt)**

W trapezie prostokątnym $ABCD$, dane są: $|AC| = 10$, $|BC| = 6\sqrt{2}$ oraz $|\angle ABC| = 45^\circ$. Oblicz pole trapezu $ABCD$.

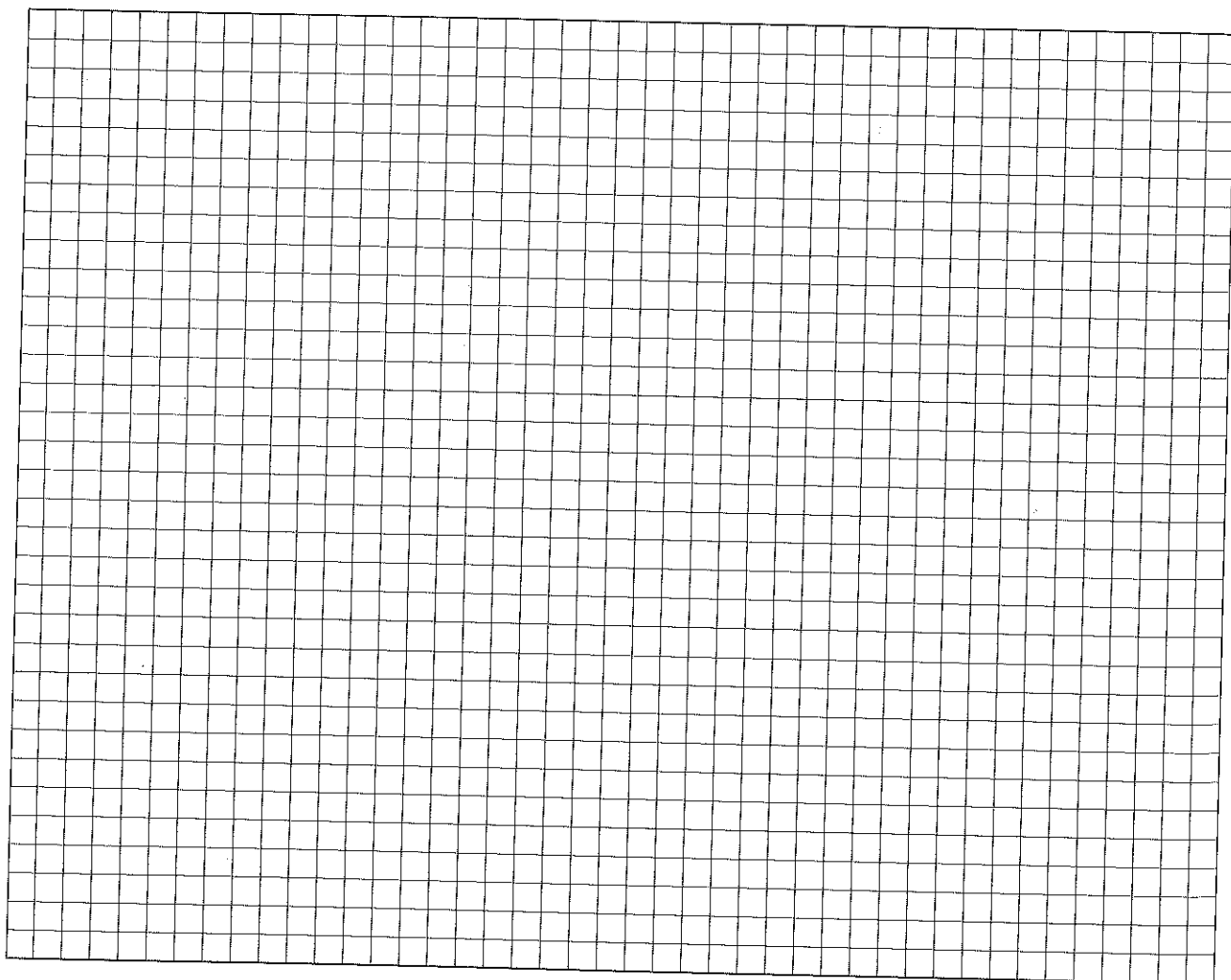


Zadanie 7. (2 pkt)

W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC|$ poprowadzono wysokość AD . Wykaż, że $\frac{1}{2}|AB|^2 = |BD| \cdot |BC|$.

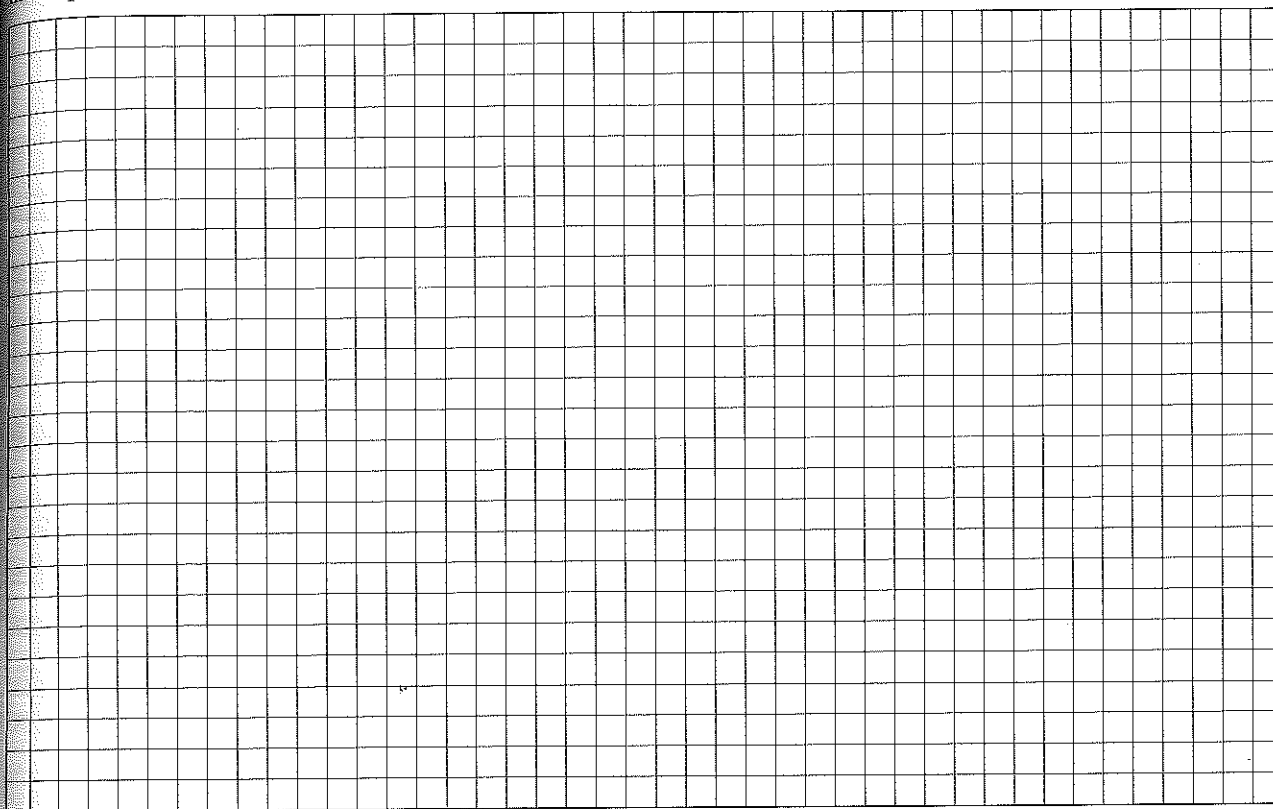
**Zadanie 8. (4 pkt)**

Oblicz x i y , jeśli wiadomo, że ciąg $\left(16, x, \frac{1}{2}y\right)$ jest ciągiem arytmetycznym, a $(8, x, y)$ jest ciągiem geometrycznym. Porównaj sumy wyrazów obu ciągów.

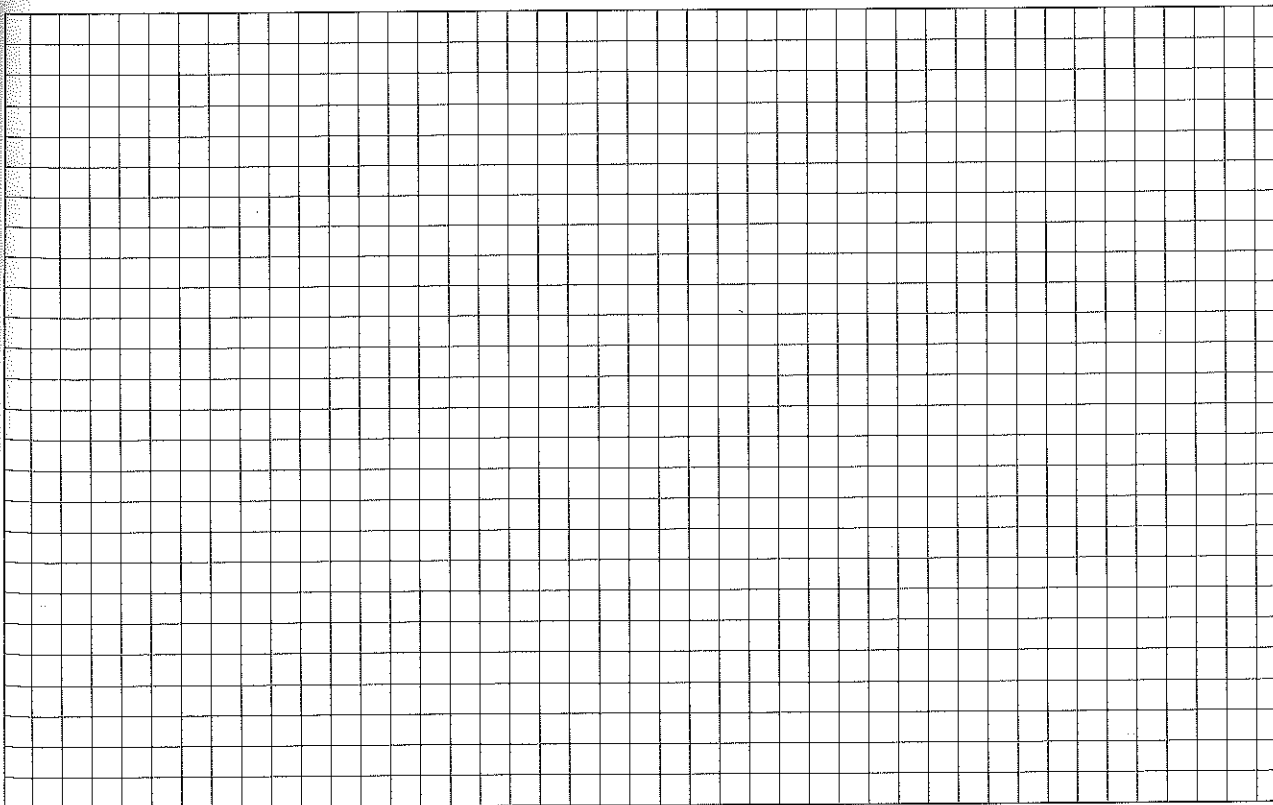


Zadanie 9. (4 pkt)

Sprawdź, czy trójkąt ABC jest prostokątny wiedząc, że $A = (-2, -3)$, $B = (2, 4)$, $C = (9, 0)$. Wyznacz równanie prostej zawierającej środkową BD .

**Zadanie 10. (4 pkt)**

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość 12 cm. Ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami prostokątnymi. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy. (Sporządź rysunek i zaznacz ten kąt.)



Zadanie 11. (4 pkt)

W pudełku jest osiem losów: 3 wygrywające i 5 pustych. Z pudełka losujemy dwa razy bez zwracania po jednym losie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy:

- a) dwa losy wygrywające;
- b) co najwyżej jeden los wygrywający.

