

Zestaw 1 - Działania na zbiorach

A Zadania

Zadanie A.1. W klasie jest 34 uczniów, wśród których: 24 umie jeździć na rowerze, 16 umie pływać, 10 umie jeździć na nartach; w tej liczbie 12 umie pływać i jeździć na rowerze, 5 umie jeździć na rowerze i na nartach, 3 umie pływać i jeździć na nartach. Dwie osoby w klasie uprawiają wszystkie wymienione dyscypliny sportowe.

a) Ile osób w klasie nie uprawia żadnej dyscypliny sportowej? b) Ile osób umie tylko jeździć na rowerze? c) Ile osób umie tylko pływać i jeździć na nartach?

Zadanie A.2. Do kina mającego po 20 miejsc w każdym rzędzie wybrali się uczniowie z dwóch klas: IA i IB. Zajęli oni wszystkie miejsca w trzech kolejnych rzędach. Wiadomo, że w ostatnim z tych rzędów usiadło 14 uczniów z klasy IA i 11 dziewcząt. Jaka może być największa, a jaka najmniejsza liczba chłopców z klasy IA zajmujących miejsca w ostatnim rzędzie?

Zadanie A.3. Ustal, które z poniższych wypowiedzi są prawdziwe, a które fałszywe. Odpowiedź uzasadnij.

- a. Każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą.
- b. Każda liczba naturalna jest liczbą wymierną.
- c. Każda liczba wymierna jest liczbą całkowitą.
- d. Istnieje liczba wymierna, która jest liczbą całkowitą.
- e. Istnieje liczba rzeczywista ujemna, która jest liczbą niewymierną.
- f. Istnieje liczba wymierna, która nie jest liczbą całkowitą.

Zadanie A.4. Wypisz elementy zbioru A , jeśli:

- a. $A = \{x : x = \frac{1}{n}, n \in N\}$;
- b. $A = \{x : x = 2^n, n \in N\}$;
- c. $A = \{x : x = 4k, k \in Z\}$;
- d. $A = \{x : x = 3k, k \in Z_-\}$;
- e. $A = \{x : x = n^2, n \in N + \{0\}\}$;
- f. $A = \{x : x = k^3, k \in Z_+\}$;

Zadanie A.5. Ułamek okresowy zamień na nieskracalny ułamek zwykły:

- a. $0.(6)$;
- b. $0.(36)$;
- c. $0.4(6)$;
- d. $0.1(2)$;
- e. $0.(023)$;
- f. $0.1(28)$;

Zadanie A.6. Zaznacz w układzie współrzędnych punkty, których współrzędna x, y spełniają podane formy zdaniowe:

- a. $a(x, y) : x - 2y = -3 \wedge 2x + y = 4$
- b. $b(x, y) : 2x + y = 2 \wedge 3x - 2y = 17$
- c. $c(x, y) : x - y = 1 \vee x + y = 2$
- d. $d(x, y) : x + y = 1 \vee x - y = 3$
- e. $e(x, y) : x^2 - y^2 = 0$
- f. $f(x, y) : (x^2 - 4)(y^2 - 16) = 0$
- g. $g(x, y) : x + y - 1 > 0 \wedge -x + y + 1 > 0$

h. $h(x, y) : x - y + 2 < 0 \vee x + y - 3 > 0$

i. $i(x, y) : 9 - x^2 = 0 \wedge y < 2$

j. $j(x, y) : x - y + 1 = 0 \wedge x + y + 3 = 0.$

Zadanie A.7. Wyznacz $NWD(a, b)$ oraz $NWW(a, b)$, jeśli:

a) $a = 780, b = 1326;$

b) $a = 220, b = 165;$

c) $a = 700, b = 1650;$

d) $a = 396, b = 2970;$

e) $a = 360, b = 132;$

f) $a = 294, b = 490;$

Zadanie A.8. Korzystając z algorytmu Euklidesa wyznacz NWD następujących liczb:

a) $a = 1408, b = 3200;$

b) $a = 7371, b = 1365;$

c) $a = 1615, b = 2618;$

d) $a = 22991, b = 19667;$

Zadanie A.9. Dwie krawcowe obszywają brzegi obrusów. Pierwszej ta czynność zabiera 20 minut, natomiast drugiej 25 minut. Obie zaczynają pracę o godzinie 7:00. a) o której godzinie obie krawcowe pierwszy raz skończą jednocześnie obszywać obrusy? b) Ile razy skończą jednocześnie obszywać obrusy w ciągu ośmiogodzinnego dnia pracy?

Zadanie A.10. Pewna liczba naturalna mniejsza od 2000 ma tę własność, że jeśli odejmiemy od niej 120, to wynik będzie podzielny przez 24; jeśli od niej odejmiemy 92, to wynik będzie podzielny przez 46. Wyznacz tę liczbę.

Zadanie A.11. Wykonaj działania stosując wzory skróconego mnożenia:

a) $(3x - 2y)^2;$

b) $(6x + y)^2;$

c) $(5x - 3y)(5x + 3y);$

d) $(a + 1)^3;$

e) $(b - 2)^3;$

f) $(3a - 1)^3$

g) $(2b - 5)^6$

h) $(c + 1)^n$

Zadanie A.12. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $(\frac{1}{2}a^{0.25} + a^{0.75})^2 - a^{1.5}(1 + a^{-0.5}), a > 0;$

b) $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{[a^{\frac{2}{3}} + 2(ab)^{\frac{1}{3}} + 4b^{\frac{2}{3}}](1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}})} - a^{\frac{2}{3}}, a > 0, b > 0.$