

Miejsce na identyfikację szkoły

Arkusz II

PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1.–18.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (6.–18.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $a = \frac{16\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$ jest równa:

A. $2^{\frac{25}{6}}$

B. $2^{\frac{19}{6}}$

C. $2^{\frac{13}{6}}$

D. $2^{\frac{8}{6}}$

Zadanie 2. (0–1)

Wielomian $W(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 12$ po rozkładzie na czynniki stopnia możliwie najniższego ma postać:

A. $W(x) = (x-2)(x+2)(x-3)$

B. $W(x) = (x^2 + 4)(x-3)$

C. $W(x) = (x-2)(x+2)(x+3)$

D. $W(x) = (x^2 + 4)(x+3)$

Zadanie 3. (0–1)

Dany jest ciąg określony wzorem rekurencyjnym $a_n = \begin{cases} a_1 = 24 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 4 \end{cases}$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy:

A. 9

B. 10

C. 12

D. 16

Zadanie 4. (0–1)

Jeśli środkiem okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$ jest punkt S i promień ma długość r , to:

A. $S = (3, -2), r = 4$

B. $S = (-3, 2), r = 16$

C. $S = (3, -2), r = 16$

D. $S = (-3, 2), r = 4$

Zadanie 5. (0–1)

Cosinus najmniejszego kąta α trójkąta o bokach długości 2, 4, 5 jest równy:

A. $-\frac{37}{40}$

B. $\frac{37}{40}$

C. $\frac{7}{20}$

D. $-\frac{5}{16}$

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(4n^4 + 5)(n^2 - 4n + 7)}{(2n^4 + 4n)(3n^2 + 6n + 1)} \right)$. Podaj przybliżenie tej liczby z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Zakoduj cyfrę całości i dwie początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego przybliżenia.

--	--	--

Zadanie 7. (0–2)

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji w punkcie $x = -2$. Zakoduj cyfrę całości i dwie początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 8. (0–2)

Dane są dwa boki trójkąta o długości 5 i 6 i kąt między nimi o mierze 60° . Oblicz $\sin \alpha$, jeśli wiesz, że α jest drugim kątem przyległym do boku długości 5. Zakoduj trzy początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 9. (0–2)

Rzucono dwa razy sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że za pierwszym razem wypadły 2 oczka pod warunkiem, że suma wyrzuconych oczek jest równa 8. Zakoduj trzy początkowe cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 10. (0–2)

Oblicz odległość punktu $A = (-4, 1)$ od prostej l o równaniu $y = 3x - 7$. Podaj przybliżenie tej liczby z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Zakoduj cyfrę całości i dwie pierwsze cyfry rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego przybliżenia.

--	--	--

Zadanie 11. (0–3)

Rozwiąż równanie $\cos 3x - \cos 5x = 0$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Zadanie 12. (0–3)

Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu $W(x) = x^3 - 21x - 20$.

Zadanie 13. (0–3)

Wykaż, że liczba $a = \sqrt{10^{\log 40 - \log 20} - \log_2 \frac{1}{32} + \log_{\sqrt{3}} 3}$ jest naturalna.

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym poprowadzono przez środki ramion prostą równoległą do podstaw AB i CD . Prosta ta przecięła ramię AD , ramię BC i przekątną AC odpowiednio w punktach K , L , M . Wykaż, że $\frac{|KM|}{|ML|} = \frac{|CD|}{|AB|}$.

Zadanie 15. (0–4)

Oblicz, ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których zapisie występuje dokładnie jedno zero.

Zadanie 16. (0–5)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - 4x$. W punkcie P o odciętej 3 należącym do wykresu tej funkcji poprowadzono styczną. Napisz równanie tej stycznej. Narysuj wykres funkcji, styczną i figurę ograniczoną tą styczną i osiami układu współrzędnych. Oblicz pole tej figury.

Zadanie 17. (0–7)

Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt o stosunku boków 1 : 3. Objętość bryły jest równa 12. Oblicz wymiary prostopadłościanu tak, aby jego powierzchnia całkowita była najmniejsza. Oblicz tę najmniejszą powierzchnię.

Zadanie 18. (0–6)

Dana jest funkcja $f(x) = (m - 4)x^2 - 2mx + m$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru m , dla których ta funkcja ma dwa różne miejsca zerowe, których suma sześcianów jest większa od $\frac{-40m}{(m - 4)^3}$.